Vol. 1 No. 2, Juli 2025
ISSN : XXXX-XXXX

Penjabaran Model Matematika Penetapan Parameter Harga Opsi Asia Menggunakan Metode Trinomial

Onoy Rohaeni[1]
Universitas Koperasi Indonesia[1]
onoyrohaeni@ikopin.ac.id[1]

ABSTRAK

Opsi merupakan instrumen keuangan yang harganya tergantung pada harga saham. Penentuan harga opsi, baik opsi jual maupun opsi beli salah satunya dapat menggunakan model trinomial. Penulisan artikel ini bertujuan untuk menentukan harga opsi Asia menggunakan model Trinomial. Dalam model ini hanya dimungkinkan adanya tiga parameter yaitu *u* apabila harga saham naik, *m* apabila harga saham tetap, dan *d* pada saat harga saham turun. Tahap pertama untuk menganalsis data dalam tulisan ini adalah menghitung nilai *return*, variansi *return*, dan volatilitas. Tahap selanjutnya menghitung parameter *u*, *m*, *d*, p_u, p_m, p_d yang kemudian dilanjutkan menghitung harga saham untuk semua kemungkinan pergerakan saham naik, saham tetap, dan saham turun. Hasil penentuan harga opsi model trinomial ini menunjukan bahwa semakin banyak iterasi yang dilakukan, maka nilai prediksi harga saham semakin baik dan kovergen ke suatu nilai.

Kata Kunci: *investasi, saham, opsi, model trinomial*

I. PENDAHULUAN

Opsi *(Option)* adalah sebuah hak atau suatu kontrak antara *writer* (penjual) dan *holder* (pembeli) dimana pemegang opsi memberikan hak kepada *holder* (pemegang opsi) untuk membeli aset pokok *(underlying asset)* pada suatu tanggal tertentu untuk suatu harga tertentu yang disepakati .

Terdapat dua tipe dasar opsi, yaitu *call* opsi dan *put* opsi. Opsi *call* merupakan hak untuk membeli sejumlah asset pokok dengan harga sebesar kesepakatan *(strike price)* pada saat jatuh tempo *(maturity date)*. Sedangkan opsi put ialah hak untuk menjual sejumlah aset dengan harga sebesar kesepakatan *(strike price)* pada waktu jatuh tempo.

Berdasarkan waktu pelaksanaannya *(expiration date),* opsi terbagi menjadi opsi tipe Amerika yaitu opsi yang memberikan kesempatan kepada pihak pembeli opsi untuk melaksanakan haknya setiap saat hingga waktu jatuh tempo dan opsi tipe Eropa yaitu opsi yang hanya memberikan kesempatan kepada pihak pembeli opsi untuk melaksanakan haknya pada saat waktu jatuh tempo. Sedangkan berdasarakan nilai *payoff*, opsi terbagi menjadi dua jenis, yaitu opsi standar *(vanilla)* dan opsi eksotik. Opsi *vanilla* adalah opsi yang nilai *payoff* opsi hanya bergantung pada harga saham saat dilaksanakan. Opsi eksotik adalah opsi yang nilai payoff opsi tidak hanya bergantung pada harga aset saat dilaksanakan, tapi juga bergantung pada harga-harga saham selama periode opsi. Salah satu jenis opsi eksotik adalah opsi Asia.

Opsi Asia adalah opsi yang *payoff*-nya bergantung pada rata-rata harga *underying* asset selama masa opsi tersebut berlangsung. *Payoff* adalah nilai intrinsik dari kontrak opsi, di mana nilai tersebut diperoleh dari selisih harga saham pada di kontrak dengan harga saham pada waktu jatuh tempo.

Pergerakan harga saham tidak selalu saja naik atau turun, oleh karena itu pada tahun 1986, Phelim Boyle mengembangkan suatu model lain yang mengakomodasi adanya tiga kemungkinan skenario pergerakan harga saham yang dikenal sebagai metode Trinomial. Model trinomial, terdapat tiga kejadian yaitu harga saham naik, tetap, dan turun pada setiap langkah waktu.

II. TINJAUAN PUSTAKA

Opsi Asia

Opsi Asia adalah jenis opsi yang memiliki harga pelaksanaan *(strike price)* yang dihitung berdasarkan rata-rata harga aset yang mendasarinya selama periode waktu tertentu. Opsi Asia digemari oleh investor karena dapat mengurangi kemungkinan kerugian dan meningkatkan potensi keuntungan pada saat-saat akhir menjelang waktu jatuh tempo opsi *(maturity)*.

Opsi beli Asia adalah hak yang diberikan oleh penulis surat kontrak opsi *(writer)* kepada pemegang opsi *(holder)* untuk membeli aset pada selang periode masa berlakunya opsi. Nilai dari opsi Asia bergantung pada rata-rata harga saham selama masa berlakunya opsi dengan harga kesepakatan *(strike price)* K yang bernilai tetap. Pada selang masa berlakunya opsi, pemegang opsi *(holder)* berhak memilih untuk menggunakan hak mereka atau tidak. Jika masa berlaku opsi, harga saha, S_t (harga saham pada waktu t) lebih besar dari harga kesepakatan *(strike price)* $K(S_t>K)$, maka pemegang opsi *(holder)* berhak menggunakan haknya untuk membeli saham dan akan memperoleh payoff sebesar (S_t-K). Sebaliknya, jika harga saham S_t lebih kecil atau sama dengan $K(S_t \leq K)$, maka pemegang opsi *(holder)* berhak untuk tidak menggunakan haknya.

Keuntungan Opsi

Keuntungan dari opsi Asia bermacam-macam tergantung pada strategi dan tujuan investasi individu. Berikut adalah beberapa keuntungan umum yang dapat diperoleh dari opsi Asia:

1. Opsi Asia dapat memberikan potensi keuntungan yang lebih tinggi dibandingkan dengan opsi tradisional. Hal ini disebabkan oleh fakta bahwa opsi Asia menggunakan rata-rata harga aset selama periode tertentu, yang dapat mengurangi fluktuasi harga harian dan memberikan gambaran yang lebih akurat tentang kinerja asset.
2. Opsi Asia dapat membantu mengurangi risiko investasi karena nilai keuntungan opsi Asia tidak hanya bergantung pada harga aset pada saat dilaksanakan, tetapi juga pada rata-rata harga aset selama masa berlaku opsi. Dengan demikian, fluktuasi harga harian yang tajam dapat diatenuasi, sehingga mengurangi risiko kerugian yang mungkin terjadi.
3. Opsi Asia memberikan fleksibilitas dalam strategi investasi. Investor dapat memilih periode waktu yang sesuai untuk menghitung rata-rata harga aset, yang dapat disesuaikan dengan tujuan investasi dan preferensi risiko individu. Hal ini memungkinkan investor untuk mengoptimalkan potensi keuntungan dan mengelola risiko dengan lebih baik.

Faktor-faktor yang Mempengaruhi Harga Opsi

Terdapat lima faktor yang mempengaruhi harga opsi, yaitu harga saham *(S)*, harga kesepakatan *(K)*, suku bunga bebas risiko *(r)*, waktu jatuh tempo *(T)*, dan volatilitas harga saham *(σ)*.

1. Harga Saham *(S)*

   Harga saham dari suatu saham yang dijadikan acuan disebut juga sebagai harga aset dasarnya *(underlying asset)*. Harga aset yang mendasari *(underlying asset)* memiliki dampak langsung pada harga opsi. Apabila berkaitan dengan opsi beli, jika harga saham naik maka harga opsi meningkat.

2. Harga Kesepakatan *(K)*

   Harga kesepakatan dalah harga yang telah ditetapkan di awal kontrak opsi di mana pemegang opsi memiliki hak untuk membeli atau menjual aset yang mendasari dari penjual opsi. Pada opsi beli, jika semakin rendah harga kesepakatan maka akan semakin tinggi harga opsi.

3. Suku bunga bebas risiko *(r)*

   Suku bunga bebas risiko, juga dikenal sebagai tingkat suku bunga nol risiko atau tingkat suku bunga dasar, mengacu pada tingkat pengembalian yang dapat diperoleh dari investasi dengan risiko minimal.

4. Waktu jatuh tempo *(T)*

   Dalam konteks opsi, waktu jatuh tempo merujuk pada tanggal dimana kontrak opsi berakhir. Ini juga disebut sebagai "waktu kadaluwarsa" atau "tanggal kedaluwarsa". Pada waktu jatuh tempo, hak untuk membeli atau menjual aset yang mendasari berakhir dan kontrak opsi tidak lagi berlaku.

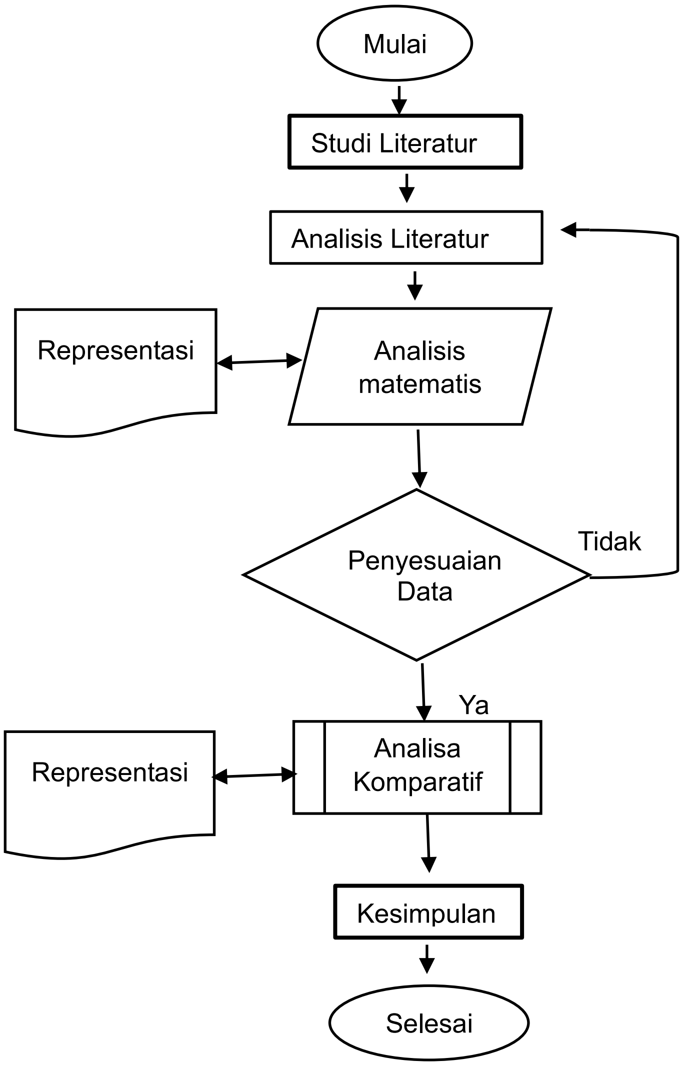
5. Volatilitas harga saham *(σ)*

   Volatilitas harga saham mengacu pada tingkat fluktuasi harga saham dari waktu ke waktu. Jika faktor lainnya dianggap tetap, semakin besar volatilitas harga saham, maka harga opsi juga semakin tinggi. Volatilitas sering diukur sebagai deviasi standar dari harga saham selama periode waktu tertentu, biasanya dihitung dalam basis harian atau tahunan.

III. METODE PENELITIAN

Penelitian ini dilakukan dengan beberapa langkah. Pertama, pengumpulan informasi dengan studi literatur dan analitis matematis terkait investasi opsi dari berbagai sumber. Setelah memahami literatur yang ada, langkah selanjutnya memecahkan masalah utama melalui analisis matematis dan komparatif terkait parameter-parameter untuk model trinomial yang diasumsikan bahwa ekspektasi dan variansi harga saham diskrit sama dengan ekspektasi dan variansi harga saham kontinu. Langkah terahir adalah penarikan kesimpulan yang mencakup temuan utama dan pengembangannya dalam konteks investasi saham opsi.

Adapun alur dari penelitian ini disajikan pada gambar di bawah ini.



Gambar 1. *Flowchart* Langkah Penelitian

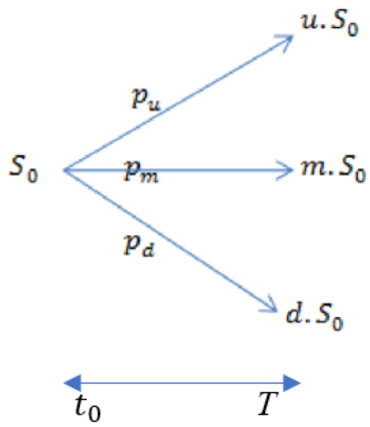
IV. HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

A. Metode Trinomial untuk Opsi Asia

Metode trinomial pertama kali diperkenalkan oleh Boyle pada tahun 1986 yang merupakan perluasan dari metode binomial. Terdapat tiga parameter pergerakan harga saham yaitu faktor pergerakan harga saham naik *(u)*, faktor pergerakan harga saham tetap *(m)*, faktor pergerakan harga saham turun *(d)*, serta memiliki tiga peluang terkait yaitu peluang harga saham naik (p_u), peluang harga saham tetap (p_m), dan peluang harga saham turun (p_d). Oleh karena itu, diharapkan metode trinomial lebih realistis dan fleksibel dalam memperkirakan pergerakan harga saham.

Pada tahun 1988, Hull mengembangkan metode trinomial lain. Menurut pengamatan yang dilakukan oleh Hull diperoleh suatu kesimpulan bahwa peluang kemungkinan pergerakan harga saham tetap sebesar 1/2 dan peluang kemungkinan harga saham naik ditambahan peluang kemungkinan harga saham turun sebesar 1/2. Dalam proses metode trinomial hampir sama dengan metode binomial. Pada metode trinomial, setiap selang waktu Δt harga saham (S_n) dapat mengalami kenaikan sebesar u, penurunan sebesar d atau tetap sebesar m (m = 1) dengan masing - masing probabilitas dari u, d, m yaitu sebesar p_u, p_d, p_m.

Metode trinomial melibatkan metode diskritisasi yaitu mengubah selang waktu [0,T] yang kontinu menjadi partisi waktu T diskrit dengan selang waktu yang sama. Selang waktu $[0,T]$ dibagi menjadi M sub selang yang sama panjang $(0=t_0 < t_1 < \cdots < t_M = T)$ dengan titik-titik waktu pada pohon trinomial $t_i = i\Delta t$ $(i = 1, 2, ..., M)$, dengan $\Delta t=T/M$ dan harga saham pada saat t_i adalah $Si = S(t_i)$. Pergerakan harga saham dalam selang waktu Δt harga saham dapat naik menjadi $S.u$ dimana $u > 1$, harga saham tetap pada nilai S atau harga saham turun $S.d$ dimana $0 < d < 1$. Ilustrasi pergerakan harga saham dapat dilihat pada gambar 1.



Gambar 2. Ilustrasi Pergerakan Harga Saham dengan Trinomial *Tree* Satu Periode

B. Parameter-parameter Metode Trinomial

Metode trinomial merupakan metode dinamika harga saham yang mempunyai tiga keungkinan pergerakan harga saham, yaitu harga saham naik, harga saham tetap, dan harga saham turun. Pada model trinomial terdapat enam parameter yang berpengaruh yaitu u,m,d,p_u,p_d,p_m. Untuk menentukan parameter tersebut diasumsikan bahwa:

1. Ekspektasi model harga saham diskrit sama dengan ekspektasi harga saham kontinu.
2. Variansi model harga saham diskrit sama dengan variansi model harga saham kontinu.
3. $p_u + p_d + p_m = 1$ dan $u \cdot d = 1$.

dimana u menyatakan faktor pergerakan harga saham naik. d menyatakan faktor pergerakan harga saham turun. p_u menyatakan peluang harga saham naik. p_d menyarakan peluang harga saham turun. p_m menyarakan peluang harga saham tetap.

Dari asumsi tersebut, diperoleh:

1. Ekspektasi dan variansi model diskrit

$$\begin{aligned} E(S_{i+1}) &= p_u \cdot u \cdot S_i + p_d \cdot d \cdot S_i + p_m . S_i = S_i e^{r\Delta t} \\ &= p_u u + p_d d + p_m = S_i e^{r\Delta t} \end{aligned} \tag{1}$$

$$\begin{aligned} Var(S_{i+1}) &= E\left({S_{i+1}}^2\right) - [E(S_{i+1})]^2 \\ &= P_u(u.S_i)^2 + P_m(S_i)^2 + P_d(d.S_i)^2 - ((P_u.u + P_m + P_d.d)S_i)^2 \\ &= P_u(u.S_i)^2 + P_m(S_i)^2 + P_d(d.S_i)^2 - {S_i}^2(e^{2r\Delta t}) \end{aligned} \tag{2}$$

2. Ekspektasi dan variansi model kontinu

   $E(S_{i+1}) = P_u u + P_d d + P_m = e^{r\Delta t}$

   $Var(S_{i+1}) = S_i^{\,2} e^{2r\Delta t}(e^{\sigma^2 \Delta t} - 1)$

   Dengan menyamakan model diskrit dan konitu, maka diperoleh:

   $S_i^{\,2} e^{2r\Delta t}\left(e^{\sigma^2 \Delta t} - 1\right) = P_u(u.S_i)^2 + P_m(S_i)^2 + P_d(d.S_i)^2 - S_i^{\,2}(e^{2r\Delta t})$

   $S_i^{\,2} e^{2r\Delta t}\left(e^{\sigma^2 \Delta t} - 1\right) = S_i^{\,2}(P_u u^2 + P_m + P_d d^2 - e^{2r\Delta t})$

   $e^{2r\Delta t}\left(e^{\sigma^2 \Delta t} - 1\right) = P_u u^2 + P_m + P_d d^2 - e^{2r\Delta t}$

   $$e^{(2r+\sigma^2)\Delta t} = P_u u^2 + P_m + P_d d^2 \tag{3}$$

   Dalam buku *Options, Futures, and Other Derivatives,* Hull mengasumsikan bahwa:

   $$P_m = \frac{2}{3} \tag{4}$$

   $$p_u + p_d = \frac{1}{3} \tag{5}$$

   $$u \cdot d = 1 \tag{6}$$

   Substitusi persamaan (4) dan (5) ke dalam persamaan (1), maka diperoleh:

   $$\begin{aligned} &P_u u + P_d d + P_m = e^{r\Delta t} \\ &P_u u + \left(\frac{1}{3} - p_u\right) d + \frac{2}{3} = e^{r\Delta t} \\ &p_u = \frac{e^{r\Delta t} - \frac{1}{3} d - \frac{2}{3}}{(u-d)} \end{aligned} \tag{7}$$

   Substitusi persamaan (4) dan (5) ke dalam persamaan (3), maka diperoleh:

   $$\begin{aligned} &e^{(2r+\sigma^2)\Delta t} = P_u u^2 + P_m + P_d d^2 \\ &e^{(2r+\sigma^2)\Delta t} = P_u u^2 + \frac{2}{3} + \left(\frac{1}{3} - P_u\right) d^2 \\ &P_u = \frac{e^{(2r+\sigma^2)\Delta t} - \frac{1}{3} d^2 - \frac{2}{3}}{(u-d)^2} \end{aligned} \tag{8}$$

   Dengan batasan $0 < d < u$. Selanjutnya dengan menyamakan persamaan (7) dan persamaan (8), maka diperoleh:

$$\frac{e^{r\Delta t}-\frac{1}{3}d-\frac{2}{3}}{(u-d)}=\frac{e^{\left(2r+\sigma^2\right)\Delta t}-\frac{1}{3}d^2-\frac{2}{3}}{(u-d)^2}$$

$$(e^{r\Delta t}-\tfrac{1}{3}d-\tfrac{2}{3})(u+d)=e^{(2r+\sigma^2)\Delta t}-\tfrac{1}{3}d^2-\tfrac{2}{3}$$

$$e^{r\Delta t}(u+d)-\frac{1}{3}d(u+d)-\frac{2}{3}(u+d)=e^{(2r+\sigma^2)\Delta t}-\frac{1}{3}d^2-\frac{2}{3} \quad \textbf{(9)}$$

Dengan menggunakan persamaan (6), maka diperoleh:

$$\left(e^{r\Delta t}-\frac{2}{3}\right)(u+d)=e^{(2r+\sigma^2)\Delta t}-\frac{1}{3}$$

$$\left(e^{r\Delta t}-\frac{2}{3}\right)\left(u+\frac{1}{u}\right)=e^{(2r+\sigma^2)\Delta t}-\frac{1}{3}$$

$$\left(e^{r\Delta t}-\frac{2}{3}\right)(u^2+1)=\left(e^{(2r+\sigma^2)\Delta t}-\frac{1}{3}\right)u$$

$$\left(e^{r\Delta t}-\frac{2}{3}\right)u^2-\left(e^{(2r+\sigma^2)\Delta t}-\frac{1}{3}\right)u+\left(e^{r\Delta t}-\frac{2}{3}\right)=0 \quad \textbf{(10)}$$

Membagi persamaan (10) dengan $\left(e^{r\Delta t}-\frac{2}{3}\right)$, maka diperoleh:

$$u^2-\frac{\left(e^{(2r+\sigma^2)\Delta t}-\frac{1}{3}\right)}{\left(e^{r\Delta t}-\frac{2}{3}\right)}u+1=0 \quad \textbf{(11)}$$

Misalkan $2\beta=\frac{\left(e^{(2r+\sigma^2)\Delta t}-\frac{1}{3}\right)}{\left(e^{r\Delta t}-\frac{2}{3}\right)}$ maka persamaan (11) menjadi bentuk kuadrat dalam bentuk $u^2-2\beta u+1=0$. Sehingga diperoleh akar-akar persamaan yaitu $u=\beta\pm\sqrt{\beta^2-1}$. Karena $u>0$ maka diperoleh:

$$u=\beta+\sqrt{\beta^2-1}$$

Dengan melakukan pendekatan suku pertama deret taylor $e^x\approx 1+x$ maka didapat nilai β yaitu :

$$\beta=\frac{1}{2}\frac{\left(e^{(2r+\sigma^2)\Delta t}-\frac{1}{3}\right)}{\left(e^{r\Delta t}-\frac{2}{3}\right)}\approx\frac{1}{2}\left(\frac{1+(2r+\sigma^2)\Delta t-\frac{1}{3}}{1+r\Delta t-\frac{2}{3}}\right)$$

$$=\left(\frac{\frac{2}{3}+(2r+\sigma^2)\Delta t)}{\frac{2}{3}+2r\Delta t}\right)$$

$$= \frac{2}{3}\frac{\left(1+\frac{2}{3}\left((2r+\sigma^2)\Delta t\right)\right)}{\frac{2}{3}(1+3r\Delta t)} \approx \frac{e^{\frac{2}{3}\left((2r+\sigma^2)\Delta t\right)}}{e^{3r\Delta t}}$$

$$= e^{\frac{2}{3}\left((2r+\sigma^2)\Delta t\right)} - 3r\Delta t \ = e^{\frac{3}{2}\sigma^2\Delta t}$$

Substitusikan $\beta = e^{\frac{3}{2}\sigma^2\Delta t}$ ke dalam persamaan $u = \beta + \sqrt{\beta^2 - 1}$

$$u = e^{\frac{3}{2}\sigma^2\Delta t} + \sqrt{\left(e^{\frac{3}{2}\sigma^2\Delta t}\right)^2 - 1}$$

$$= e^{\frac{3}{2}\sigma^2\Delta t} + \sqrt{e^{3\sigma^2\Delta t} - 1} \approx \left(1 + \frac{3}{2}\sigma^2\Delta t\right) + \sqrt{1 + 3\sigma^2\Delta t - 1}$$

$$u = 1 + \sqrt{3\sigma^2\Delta t} + \frac{3}{2}\sigma^2\Delta t \qquad \textbf{(12)}$$

Dengan melakukan pendekatan dua suku pertama deret taylor yaitu $e^2 \approx 1 + x + \frac{x^2}{2}$ pada persamaan (12) dan persamaan (6), sehingga diperoleh:

$$u = e^{\sigma}\sqrt{3\Delta t}$$

$$d = e^{-\sigma}\sqrt{3\Delta t}$$

Dengan melakukan pendekatan suku pertama deret taylor pada persamaan (7) sehingga diperoleh nilai p_u yaitu:

$$p_u = \frac{e^{r\Delta t} - \frac{1}{3}e^{-\sigma}\sqrt{3\Delta t} - \frac{2}{3}}{\left(e^{\sigma}\sqrt{3\Delta t} - e^{-\sigma}\sqrt{3\Delta t}\right)} \approx \frac{(1 + r\Delta t) - \frac{1}{3}\left(1 - \sqrt{3\sigma^2\Delta t} + \frac{3}{2}\sigma^2\Delta t\right) - \frac{2}{3}}{\left(1 + \sqrt{3\sigma^2\Delta t} + \frac{3}{2}\sigma^2\Delta t\right) - \left(1 - \sqrt{3\sigma^2\Delta t} + \frac{3}{2}\sigma^2\Delta t\right)}$$

$$= \frac{\left(r - \frac{1}{2}\sigma^2\right)\Delta t + \frac{1}{3}\sigma\sqrt{3\Delta t}}{2\sigma\sqrt{3\Delta t}}$$

$$= \frac{\left(r - \frac{1}{2}\sigma^2\right)\sqrt{\Delta t^2}}{\sqrt{12\sigma^2\Delta t}} + \frac{1}{6}$$

$$= \left(r - \frac{1}{2}\sigma^2\right)\sqrt{\frac{\Delta t^2}{12\sigma^2\Delta t}} + \frac{1}{6}$$

$$p_u = \left(r - \frac{1}{2}\sigma^2\right)\sqrt{\frac{\Delta t}{12\sigma^2}} + \frac{1}{6}$$

Dengan asumsi persamaan (5) sehungga diperoleh nilai p_d yaitu:

$$p_d = \frac{1}{3} - p_u$$

$$= \frac{1}{3} - \left(\left(r - \frac{1}{2}\sigma^2 \right) \sqrt{\frac{\Delta t}{12\sigma^2}} + \frac{1}{6} \right)$$

$$p_d = \frac{1}{6} - \left(r - \frac{1}{2}\sigma^2 \right) \sqrt{\frac{\Delta t}{12\sigma^2}}$$

Misalkan pada saat $t_0 = 0$ harga saham adalah S_0, maka menurut model trinomial ini, harga saham saat $t_1 = 1\Delta t$ diberikan oleh $S_0 u$, S_0 atau $S_0 d$. Dengan meneruskan langkah ini maka, pada saat $t_i = i\Delta t$ akan terdapat $i + (i + 1)$ harga saham yang mungkin terjadi, yang diberikan oleh $S_{ji} = S_0 u^{j-i} d^{i-j}$ di mana $j = 0,1,\dots, \mathrm{i} + \ (\mathrm{i} + 1)$ dengan S_{ji} menyatakan harga saham pada saat t_i, dihitung dari saat $t_0 = 0$. Pada saat waktu jatuh tempo $t_M = M\Delta t$, terdapat 2M+1 harga saham yang mungkin yaitu$\left\{S_{jM}\right\}_{j=0,1,\dots,M}$

Dalam waktu ke-t terdapat ekspektasi harga saham pada persamaan diskrit.

$$E(S_1) = P_u S_0 u + P_m S_0 + P_d S_0 d = S_0(P_u u + P_m + P_d d)$$

$$E(S_2) = P_u S_1 u + P_m S_1 + P_d S_1 d$$

$$= P_u u(P_u S_0 u + P_m S_0 + P_d S_0 d) + P_m(P_u S_0 u + P_m S_0 + P_d S_0 d) + P_d d(P_u S_0 u + P_m S_0 + P_d S_0 d).$$

$$= {P_u}^2 S_0 u^2 + P_u P_m S_0 u + P_u P_d S_0 du + P_u P_m S_0 u + {P_m}^2 S_0 + P_m P_d S_0 d + P_u P_d S_0 du + P_m P_d S_0 d + {P_d}^2 S_0 d^2.$$

$$= {P_u}^2 S_0 u^2 + 2P_u P_m S_0 u + 2P_u P_d S_0 du + 2P_m P_d S_0 d + {P_m}^2 S_0 + {P_d}^2 S_0 d^2$$

$$= S_0\left({P_u}^2 u^2 + 2P_u P_m u + 2P_u P_d du + 2P_m P_d d + {P_m}^2 + {P_d}^2 d^2\right)$$

$$= S_0(P_u u + P_m + P_d d)^2$$

Berdasarkan ekspektasi di atas didapatkan rumus ekspektasi harga saham pada waktu t_i sebagai berikut:

$$E\left(S_{t_i}\right) = S_0(P_u u + P_m + P_d d)^i$$

Untuk mencari harga saham rata-rata pada opsi Asia adalah dengan menjumlahkan ekspektasi harga saham pada waktu t_1 sampai waktu t_M kemudian dibagi dengan banyaknya selang waktu M. Jika $\left\{C_{jM}\right\}_{j=0,1,\dots,M}$ menyatakan nilai-nilai *payoff* pada saat waktu jatuh tempo untuk sebuah opsi beli Asia, maka rumus untuk menentukan nilai *payoff* opsi Beli Asia yaitu:

$$C_{jM} = \max\left\{S_{jM} - \left(\frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M} E(S_{t_i})\right), 0\right\}$$

Metode Trinomial selanjutnya bekerja secara mundur (dalam waktu) untuk memperoleh nilai opsi pada saat $t_0 = 0$. Nilai opsi pada saat t_i, yaitu V_{ji}, berkaitan dengan nilai saham pada saat C_{ji}, maka $V_{ji} = C_{ji}$.

Jika diketahui nilai V_{ji} yaitu:

$V_{ji} = e^{-r\Delta t}(P_u V_{j+2\,i+1} + P_m V_{j+1\,i+1} + P_d V_{j\,i+1})$

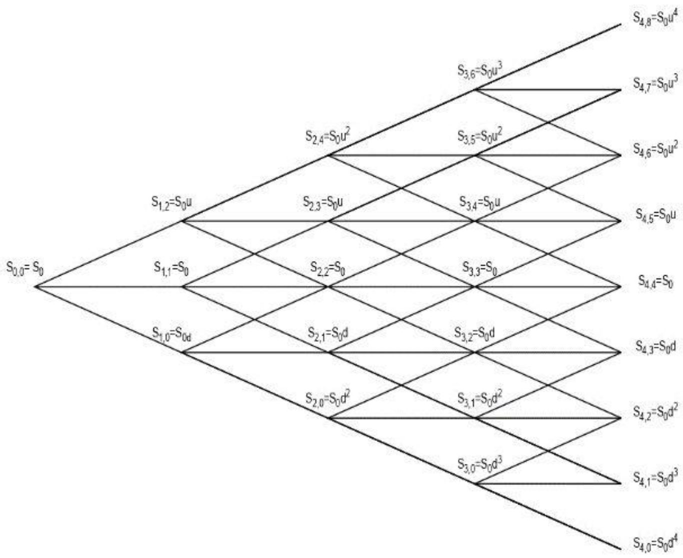
Sehingga, diperoleh opsi beli Asia yaitu:

$C_{ji} = e^{-r\Delta t}(P_u C_{j+2\,i+1} + P_m C_{j+1\,i+1} + P_d C_{j\,i+1})$

Dengan $j = 0,1, \dots, i + (i + 1)$ menunjukan indeks kenaikam harga saham

$i = M - 1, M - 2, \dots, 1,0$ menunjukan interval waktu

Dengan kemungkinan harga saham yang mungkin terjadi yang didapat dari $S_{ji} = S_0 u^j d^{i-j}$, di mana S_0 adalah harga saham awal, kemudian akan diperoleh harga saham dari setiap selang waktu. Terlebih dahulu dibuat pohon trinomial seperti di bawah ini. Ketika $j = 0$ dan $i = 0$ maka ditulis $S_{0,0}$, ketika $j = 0$ dan $i = 1$ maka ditulis $S_{0,1}$, ketika $j = 1$ dan $i = 1$ maka ditulis $S_{1,1}$ ketika $j = 2$ dan $i = 1$ maka ditulis $S_{2,1}$, dan seterusnya.



Gambar 3. Pohon Trinomial

Gambar 3 ini, menunjukan bahwa pada saat t_0, harga saham awal adalah S_0 dengan p_u peluang harga saham naik, p_m peluang harga saham tetap, dan p_d peluang harga saham turun, lalu $S_0 u$ adalah perkiraan harga saham naik, $S_0 m$ adalah perkiraan harga saham tetap karena $m = 1$ maka menjadi S_0, dan $S_0 d$ adalah perkiraan harga saham turun (Larasati, 2018).

Metode Trinomial selanjutnya bekerja secara mundur (dalam waktu) untuk memperoleh nilai opsi pada saat $t_0 = 0$. Nilai opsi pada saat t_i, yaitu V_{ji}, berkaitan dengan nilai saham pada saat C_{ji}, maka $V_{ji} = C_{ji}$.

Jika diketahui nilai V_{ji} yaitu:

$$V_{ji} = e^{-r\Delta t}(P_u V_{j+2\,i+1} + P_m V_{j+1\,i+1} + P_d V_{j\,i+1})$$

Sehingga, diperoleh opsi beli Asia yaitu:

$$C_{ji} = e^{-r\Delta t}(P_u C_{j+2\,i+1} + P_m C_{j+1\,i+1} + P_d C_{j\,i+1})$$

Dengan $j = 0,1, \dots, i + (i + 1)$ menunjukan indeks kenaikam harga saham , sedangkan

$i = M - 1, M - 2, \dots, 1,0$ menunjukan interval waktu.

V. KESIMPULAN

Berdasarkan uraian di atas, dapat disimpulkan bahwa:

1. Salah satu jenis opsi yang digemari investor adalah opsi Asia, karena menawarkan perlindungan yang lebih hemat biaya terhadap fluktuasi saham harga jangka panjang.
2. Opsi Asia dengan karakteristik rata-rata harga, menawarkan perlindungan yang lebih ekonomis terhadap fluktuasi harga.
3. Metode trinomial adalah adalah salah satu cara yang berguna untuk menentukan harga opsi, terutama opsi Asia, karena kemampuannya yang lebih baik untuk memperhitungkan tiga kemungkinan harga saham, yaitu harga saham naik, harga saham tetap, dan harga saham turun.

DAFTAR PUSTAKA

Darmawan, M. A., & Anugrawati, D. (2022). *Penentuan nilai opsi Bermuda menggunakan metode trinomial*. *Siger Mat*, 3(1), 1–6. https://jsm.fmipa.unila.ac.id/index.php/jsm/article/view/22

Darmaji, T., & Darmaji, F. H. (2012). *Pasar Modal di Indonesia* (Edisi ke-3). Jakarta: Salemba Empat.

Hull, J. C. (2017). *Options, Futures, & Other Derivatives* (9th ed.). New Jersey: Prentice Hall, Pearson Education.

Kusuma Pramesvarie, E. S. (2021). *Metode Binomial Moon dan Kim dalam Penentuan Harga Opsi Beli Asia Eropa*. [Universitas Pendidikan Indonesia]. https://reader-repository.upi.edu/index.php/display/file/64480

Larasati, D. R. (2018). *Penentuan harga opsi Eropa menggunakan metode trinomial dengan volatilitas menggunakan metode Maximum Likelihood Estimation (MLE)*. [UIN Alauddin Makassar]. https://repositori.uin-alauddin.ac.id/12482/

Nissa, Q., Satyahadewi, N., & Perdana, H. (2020). Penentuan harga opsi beli tipe Eropa menggunakan metode trinomial. *Bulletin Ilmiah Matematika, Statistika dan Terapan*, 9(3), 1-8. https://jurnal.untan.ac.id/index.php/jbmstr/article/view/41045/0

Priyanti, D. E. (2016). *Penyelesaian harga opsi jual European barrier up and in, up and out menggunakan transformasi Laplace*. [Institut Teknologi Sepuluh Nopember]. https://repository.its.ac.id/74846/

Pratiwi, T. (2017). *Penentuan harga beli opsi Asia menggunakan metode ekspansi deret Edgeworth dan pendekatan metode Black-Scholes*. [Universitas Gajah Mada]. https://etd.repository.ugm.ac.id/penelitian/detail/129350